

Eratosthène mesure la circonférence de la Terre

Objectif

Calculer la longueur du méridien terrestre par la méthode d'Eratosthène.

Au V^{ème} siècle avant J.C., Anaxagore de Clazomènes avait remarqué la forme circulaire de l'ombre portée de la Terre sur la Lune lors des éclipses de Lune. Il en avait déduit que la Terre avait la forme d'un disque. Plus tard, d'autres observations, comme la disparition des navires à l'horizon, firent évoluer les idées : Aristote (384 ; 322 av. J.C.), en déduisit que la Terre était sphérique. Au III^{ème} siècle avant J.C, Eratosthène de Cyrène (284 ; 193 av. JC), géomètre de l'école d'Alexandrie, effectua la première mesure du rayon terrestre.



1. L'expérience d'Eratosthène

Syène (actuellement Assouan) est une ville dont la latitude se situe à 23,5 degrés nord, c'est à dire sur le tropique du Cancer. Les Anciens savaient que sur les lignes des tropiques le Soleil passait au zénith au moins une fois par an. Cette date, pour le tropique du Cancer est le 21 juin au solstice d'été. A Syène, et à tout endroit ayant une latitude nord de 23,5 degrés (sur le tropique du Cancer), le 21 juin à midi, le Soleil est au zénith, on peut voir sa lumière au fond d'un puits creusé verticalement. Mais à la même date et à la même heure, dans la ville d'Alexandrie située plus au nord (31 degrés de latitude nord), les relevés cadastraux de l'époque indiquaient 5000 stades entre Alexandrie et Syène, on constata que les rayons du Soleil n'atteignaient pas le fond des puits.

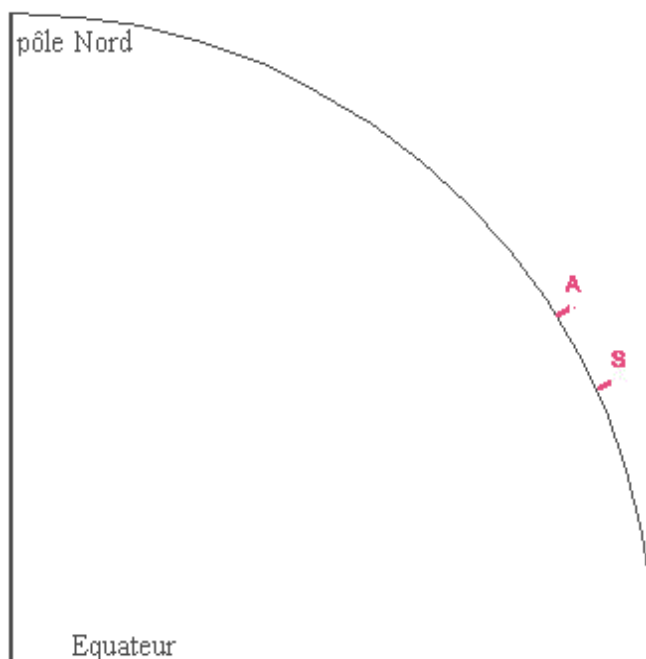
Eratosthène émit l'hypothèse que les rayons du Soleil arrivaient sur la Terre tous parallèles entre eux. Ainsi en mesurant la dimension de l'ombre d'un bâton vertical à Alexandrie, Eratosthène trouva que l'ombre avait une longueur 8 fois plus petite que la longueur du bâton et Eratosthène put déterminer le rayon de la terre.

1. Quelle hypothèse fait Eratosthène ?
2. A partir de vos connaissances, est ce que cette hypothèse vous paraît raisonnable ? Justifier.
3. Pourquoi est-il important que les deux villes soient sur le même méridien ?

2. Modélisation de l'expérience

Le schéma ci-contre représentant $\frac{1}{4}$ de Terre dans le plan méridien.

1. Représenter en pointillé, en partant du centre de la Terre, la verticale de chaque ville.
2. Dans le référentiel terrestre, schématiser un bâton vertical de 4 cm de haut à Syène et à Alexandrie.
3. Tracer la direction des rayons du soleil à Syène le jour du solstice d'été. Faire de même à Alexandrie.
4. Dessiner l'ombre du bâton à Alexandrie et mesurer sa longueur. Est-ce en accord avec la mesure d'Eratosthène ?



Soit α l'angle formé par les deux verticales et β l'angle formé par le bâton à Alexandrie et les rayons du soleil.

5. Quelle relation existe-t-il entre α et β ?
6. Calculer α en utilisant une relation trigonométrique dans le triangle rectangle que vous aurez défini au préalable.

3. Retour à la réalité

1. Sachant que 1 stade = 157 m, calculer la distance entre les deux villes.
2. A partir des mesures précédentes calculer la circonférence de la Terre.
3. En déduire le rayon terrestre.
4. Comparer cette valeur avec celle actuellement admise de 6378 km.
5. A partir de la carte ci-contre, quelle erreur a été commise par Eratosthène ?

